

不確かさの入門ガイド

(認定 - 部門 - ASG104 - 04)

平成 19年 8月 16日

独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター

この指針に関する全ての著作権は、NPLに属し、認定センターがこの日本語翻訳の使用許可についての契約を取り交わしています。この指針の一部転用は、電子的・機械的(転写)な方法を含め認定センターの許可なしに利用することはできません。

発行所

独立行政法人製品評価技術基盤機構
認定センター
住所 〒151-0066 東京都渋谷区西原2丁目49番10号
TEL 03-3481-1921(代)
FAX 03-3481-1937
E-mail iajapan@nite.go.jp
Home page <http://www.iajapan.nite.go.jp/iajapan/>

本書の目的

この文書は、校正・試験における「測定の不確かさ」について、校正機関・試験所がより容易に理解できるように意図して作成されたガイド文書「A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement」を、計量法校正事業者認定制度（JCSS）が著者などの了解を得て翻訳し、JCSSにおける不確かさに関する指針文書として用いるものです。

原版がもともと英国内向けに作成されたものであるため、文中ではしばしばUKAS M3003などの指針文書が引用されていますが、ISO/GUMや独立行政法人製品評価技術基盤機構認定センターの発行する不確かさに関する指針文書類に相当するものをご理解ください。また、翻訳文に不明な点がある場合は、英文原版を参照してください。

原 版

"A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement "

-Good Measurement Practice Guide No. 11, ISSN 1368-6550

August 1999 Issue 2 with amendments March 2001

Stephanie Bell, Centre for Basic, Thermal and Length Metrology, NPL, UK

概 要

本入門ガイドのねらいは、測定の不確かさという問題を紹介することにあります。

測定はすべて、何らかの不確かさを抱えています。測定結果というものは、測定の不確かさの表明が伴ってはじめて完全なものとなるのです。測定の不確かさを引き起こす要因には、測定器、測定対象、環境、作業者等があり、こうした不確かさは、測定の集合に対する統計解析と測定プロセスに関するその他の情報を用いて推定することができます。こうした個々の情報から総合的な不確かさの推定値を計算する方法には、確立したルールがあります。トレーサブルな校正、入念な計算、良好な記録保持、チェックなど良好な業務運営を行うと、測定の不確かさを小さくすることができます。測定の不確かさを評価、記述することは、その測定が目的にかなったものかどうかを正しく判断することにつながります。」

測定の不確かさに関する入門ガイド 目次

まえがき.....	6
1. 測定.....	7
1.1 測定とは.....	7
1.2 測定でないものとは.....	7
2. 測定の不確かさ.....	7
2.1 測定の不確かさとは.....	7
2.2 測定の不確かさの表わし方.....	7
2.3 誤差 (error) と不確かさ (uncertainty).....	8
2.4 測定の不確かさはなぜ重要なのか.....	8
3. 数値群に対する基本統計学 (Basic statistics on set of numbers).....	9
3.1 「3回測って、1回切れ」:作業者の誤り.....	9
3.2 基本的な統計計算.....	9
3.3 最良推定値を得る:複数の読み取り値の平均を取る.....	9
3.4 平均値の計算に必要な読み取り値の個数はどれくらいか.....	10
3.5 ばらつき (Spread):標準偏差.....	10
3.6 推定標準偏差の計算.....	11
3.7 推定標準偏差を求めるのに必要な読み取り値の個数はどれくらいか.....	12
4. 誤差や不確かさはどこから来るのか.....	12
5. どの測定にも存在する一般的な不確かさ.....	13
5.1 偶然か系統的か.....	13
5.2 分布「誤差の形」.....	14
5.2.1 正規分布.....	14
5.2.2 一様分布又は矩形分布.....	14
5.2.3 その他の分布.....	15
5.3 測定の不確かさでないものとは.....	15
6. 測定の不確かさの計算方法.....	15
6.1 不確かさを推定する2つの方法.....	16
6.2 不確かさを評価するための8つの主なステップ.....	16
7. 不確かさ計算を始める前に知っておくべきその他の事柄.....	16
7.1 標準不確かさ.....	16
7.1.1 Aタイプの評価のための標準不確かさの計算.....	17
7.1.2 Bタイプの評価のための標準不確かさの計算.....	17
7.1.3 ある測定単位から別の単位に不確かさを変換する.....	17
7.2 標準不確かさを合成する.....	17
7.2.1 足し算・引き算についての平方和法.....	18
7.2.2 掛け算・割り算についての平方和法.....	18
7.2.3 もっと複雑な関数についての平方和法.....	18
7.3 相関.....	19
7.4 包含係数 (coverage factor) k	19
8. 結果の表記方法.....	20
9. 例:不確かさの基本的な計算.....	20
9.1 測定「紐の長さ」はどれくらい.....	20
9.2 不確かさの解析「表計算モデル」.....	23
10. その他の表明 (例:仕様への適合性).....	24
11. 測定の不確かさをいかにして小さくするか.....	25
12. その他の優れた測定の実施事例.....	25
13. 関数電卓の利用法.....	25

13.1	関数電卓のキー	25
13.2	関数電卓とソフトウェアの誤差	26
13.3	スケーリング	26
13.4	数値の丸め方	28
14.	学習を深め、実践する	29
15.	いくつかの注意点	29
16.	更に理解を深めるために 参考文献	30
	付属書 A :用語の理解	31

まえがき

この文書は、測定の不確かさについての知識がほとんど、又は全くない方々向けの入門ガイドです。対象者は、試験所・校正機関の技術者・管理者をはじめ、製造業の技術者・管理者、技術営業職、研究者・科学者、学生、教職員、その他測定に関心のあるすべての方々です。

入門ガイドとはいっても、皆さん自身が個々の不確かさを解析する際に必要な方法の詳細をすべて紹介しようというのではなくこのテーマをマスターするまでに理解しておく必要がある、最も重要な項目を説明しているだけです。このガイドは、皆さんに不確かさに関するもっと上級者用のテキストを読めるようになっていただくためのものです。特に、英国認定サービス (UKAS, United Kingdom Accreditation Service) の刊行物M 3003 測定における不確かさ及び信頼性の表現法』及び欧州認定機関協力機構(EA, European co-operation for Accreditation)の刊行物EA-4/02 校正における計測の不確かさの表現』を読むための準備として役立つでしょう。

測定の不確かさなどというテーマ名を聞くと、ほとんどの人がたじろいでしまいます。工場の現場から最高学府に至るまで、これほど広く誤解されている問題も珍しいのです。たしかに複雑で、今なお進化し続けている問題ではあります。だからこそ明解かつ实际的で、専門家でない読者にも十分理解できるように説明したガイドがほしいという、非常に強い要望があるわけです。この入門ガイドの作成に当たって次のような点に注意が払われました。それは、この文書をゆっくり読んでいる時間的余裕のない人にも理解できる説明と実例を掲げるということです。ほとんどのページに、私達が日常遭遇する不確かさに関する例を入れました。

この入門ガイドは測定の不確かさに関する「結論」ではなくその逆です。このガイドでは、基本概念のみを紹介します。ここで読む内容はすべて正しいことであり、実務に沿ったものですが、完璧でも厳密でもありません。難問や特殊なケースは扱いません(15節「いくつかの注意点」に、このガイドに記載した基本手順では十分ではない場合をリストしています。)。もっと完全な情報については、「更に理解を深めるために」の項にある参考文献 (Further reading) をご覧ください。

この入門ガイドの最初の数節で、測定の不確かさという概念及び重要性を紹介しています。それに続いて、実際の測定状況における不確かさの推定方法を詳しく説明します。また、測定の不確かさの計算に必要な主要ステップについては、容易に理解できる例を用いて、概要を説明しています。最後に用語集といくつかの注意事項、及び参考文献リストを掲げてあります。これらは測定の不確かさの理解及び計算について、皆さんを次のステップへと押し上げてくれるでしょう。

この冊子を執筆中、いろいろと援助をしていただいた、UKASのJohn Hurll及びNPLのMaurice Cox両氏、また見直し段階で貴重なご意見や助言を賜った多くの方々に対し、感謝の意を表します。

ステファニー・ベル

1. 測定

1.1 測定とは

測定は、私達にあるものの特有の性質を教えてください。私達は、測定から、ある物体がどのくらい重いのか、どのくらい熱いのか、あるいはどのくらい長いのかといったことを知ることができます。測定はそうした性質に数値を与えます。

測定はどんな場合も、何らかの器具を用いて行ないます。物差し、ストップウォッチ、はかり、温度計などはどれもみな、そのための測定器具です。

測定の結果は普通、2つの部分に分かれます。数と測定単位です。例えば「その長さは？・・・2メートル。」といった具合です。

1.2 測定でないものとは

一見測定に見えるけれども、本当はそうではないプロセスもあります。例えば2本のひもを取って、どちらが長いかを比べようとしたとします。これは必ずしも測定とはいえません。数を数えること(計数 counting)も、普通は測定とは考えられていません。また試験もしばしば測定でないことがあります。試験は「はい・いいえ」とか、「合格・不合格」といった結果に終わることが普通です。(ただし、測定が試験結果を導くプロセスの一部であるといえるでしょう。)

2. 測定の不確かさ

2.1 測定の不確かさとは

測定の不確かさは、私達に測定の品質について何かを教えてください。

測定の不確かさとは、どのような測定結果についても存在する疑わしさです。精巧な物差しや時計、温度計などは、これらを信頼でき、しかも正しい答えを与えてくれるものと考えられるかもしれませんが。しかしどの測定においても、それがどれほど細心に行なわれたものでも、常にある幅の疑わしさは残ります。日常会話の中でも、「～くらい」(多少の出入りはあるとして：give or take)という表現をよく使います。ある棒の長さが(1センチメートルくらいの出入りはあるとして)2メートル「くらい」という具合にです。

2.2 測定の不確かさの表わし方

どの測定についても、常にある幅の疑わしさがあるために、私達は「その幅がどれくらい大きいのか」とか、「その疑わしさはどのくらい悪いのか」といったことを自問してみなければなりません。ここで不確かさを数量化するのに、2つの数が必要になってきます。一つは「**区間**」という疑わしさの幅です。もう一つは「**信頼水準**」といい、「真の値」がこの幅に入っていることに私達がどれだけ自信が持てるかということを表わします。

例えば

「ある棒の長さが、信頼水準95%で、20センチメートルプラス又はマイナス1センチメートルである」という場合、この測定結果は次のように書くことができます。

20 cm ± 1 cm (信頼水準95%)

この表明は、私達が棒の長さが19センチメートルから21センチメートルの間にあるということに対して95%の自信が持てるということを言っています。信頼水準を表明する方法は他にもあります。このことについては、第7節で詳しく述べます。

2.3 誤差 (error) と不確かさ (uncertainty)

「誤差」という言葉と「不確かさ」という言葉を混同しないようにすることは、重要です。

誤差とは、測定しようとするものについての、「測定された値と真の値」との差をいいます。

不確かさとは、測定結果の疑わしさを数値で表わしたものをいいます。

例えば、校正証明書から補正をするように、わかっている系統効果があれば、私達はできる限り補正しようとします。しかし、数値として捕らえられない 未知の誤差があれば、それが不確かさの原因となります。

2.4 測定の不確かさはなぜ重要なのか

あなたが測定の不確かさに関心がある理由として、単に良い測定を行ないたい、また、測定結果を理解したいだけ、という場合もあるでしょう。しかし、測定の不確かさを考える理由には、もっとはっきりした別の理由があります。

あなたは測定を

校正 (測定の不確かさを証明書に報告しなければならない)

試験 (合否を決定するのに測定の不確かさが必要)

の一部として実施しようとしているかもしれません。あるいは

許容範囲 (Tolerance) (許容範囲を満たしているかどうかを決定するのに不確かさを知っている必要がある場合)

を満たすために実施しようとしているかもしれません。

さらには校正証明書や、試験や測定に対する仕様書を読んで理解する必要に迫られている場合もあるでしょう。

3. 数値群に対する基本統計学 (Basic statistics on set of numbers)

3.1 「3回測って、1回切れ」: 作業者の誤り

職人さんの中には、「3回測って、1回切れ」ということわざがあります。これは先へ進む前に2回目や3回目の測定をチェックすることで、作業ミスを犯すリスクを減らすことができるということを言っています。



「3回測って、1回切れ。」
2回目、3回目の測定をチェックすることで、
作業ミスを犯すリスクを減らせる

たしかに測定を最低3回繰り返すことは賢明です。1度しか測定しないというのでは、ミスに気付かず、放置してしまう可能性を意味します。2回測定して、それらが合わない場合、どちらが「間違い」であるかは、まだわかりません。しかし3回測れば、そのうち2つが同じで、3つ目が大きく違うという場合が出てきます。そうなれば、この3つ目の測定を疑うことができるのです。

ですから、作業者の誤りという大きなミスから単に自分たちを守るためにも、最低3回の試行を行なうことは賢明なのです。測定を何度も繰り返すことには、ほかにも優れた理由があります。

3.2 基本的な統計計算

読み取りを複数回行ない、いくつかの基本的統計計算を行なうと、あなたの測定から得られる情報量を増やすことができます。最も重要な統計計算は2つです。一連の数値群に対する平均値や**算術平均**と**標準偏差**を求めることです。

3.3 最良推定値を得る: 複数の読み取り値の平均を取る

測定を繰り返した結果、答えが異なってしまったとしても、何も間違ったことをしたわけではありません。それは物事にもともとある、自然な変動によるものかもしれません。(例えば外で風速を測れば、値が一定しないことはよくあります。)あるいは使用した計測器が完全に安定した状態では働かないからかもしれません。(例えば巻尺は伸びることがありますから、結果も違ってきま

す。)

読み取りを繰り返したとき、その読みに変動がある場合は、読み取りを何度も繰り返して、平均を取るのが最も良い方法です。平均値は「真」の値の推定値を教えてください。平均 (算術平均) はその数値の上にバー (横棒) を置く記号によって表わします。例えば \bar{x} (エックスバー) は x の平均値です。図1はある数値群とその平均値を示しています。例1は算術平均の計算方法です。

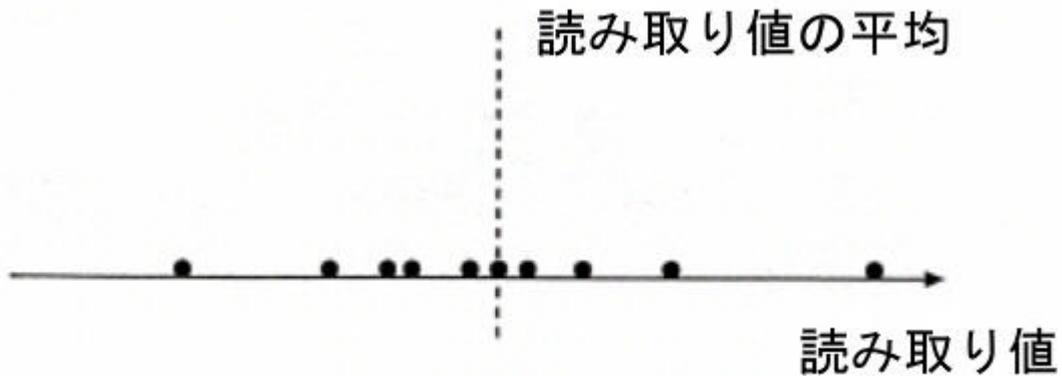


図1 数値群とその平均値を示す黒点図

例1 . いくつかの値の算術平均を求める

いま10個の読み取り値があるとします。その平均を求めるには、これらをすべて足し算し、数値の個数 (この場合10) で割ります。

読み取り値は	16, 19, 18, 16, 17, 19, 20, 15, 17, 13
これらの合計は	170
10個の読み取り値の平均値は	$\frac{170}{10} = 17$

3.4 平均値の計算に必要な読み取り値の個数はどれくらいか

おおまかに言えば、より多くの測定を行えば、真の値のより良い推定値が得られます。理想は、無限個の値の集合から平均を求めることでしょう。測定結果を多く使えば使うほど、平均値は理想推定値に近づくことになります。しかし読み取り個数を多くしようとすれば、それだけ余分な労力が必要になり、そこから帰ってくる利益は少なくなってしまう (diminishing returns)。それではちょうどいい個数とは、どれくらいなのでしょう。10は、計算が簡単な数であるため、ポピュラーな選択でしょう。20なら10よりは多少良い推定値が得られますが、50でも20よりはちょっとだけマシという程度でしかありません。経験上は、一般に4から10の間が十分な個数といえます。

3.5 ばらつき (Spread) : 標準偏差

測定を繰り返すと、いろいろ結果が得られます。このとき、私達はこれらの読み取り値が、互いにどれくらい広がっているのかを知りたくなります。値のばらつきは、測定の不確かさについての何かを私達に教えてください。このばらつきがどれくらい大きいかわかることによって、私達

はその測定や測定の集合の質を判断することができるようになります。

一番大きな値と一番小さな値の間の範囲を知るだけで十分なことも多いでしょう。しかし、値の個数が少ない場合には、最大値と最小値の間の読み取り値のばらつきについて役立つ情報は得られないでしょう。例えばある読み取り値が一つだけ他と大きく違っていれば、ばらつきは大きくなってしまいます。

ばらつきを数量化する一般的な方法は、標準偏差です。一連の集合の標準偏差は、個々の読み取り値がその集合の平均から一般的にどれくらい離れているのかを教えてください。

経験的には、全読み取り値のおよそ3分の2は、平均値に対して1標準偏差分プラス又はマイナス以内に入るだろうということがわかっています。全読み取り値のおよそ95%が2標準偏差内に入ります。この「規則」は決して普遍的とはいえませんが、広く当てはまる規則だということはいえます。

標準偏差に対する「真」の値は、非常に大きな個数（無限大）の読み取り値からしか求めることはできません。個数が少ないと、標準偏差の推定値しか得ることはできません。推定標準偏差（estimated standard deviation）には、一般に s という記号を用います。

3.6 推定標準偏差の計算

次の例2は標準偏差の推定値の計算方法を示したものです。

例2. 下の数値群の推定標準偏差を計算する

ペンと紙だけの筆算で標準偏差を計算するのが便利という事はまずめったにありませんが、次の作業をしてみましょう。

いま n 個の読み取り値があるとして（例1と同じ10個の数値群を使います）、まず平均値を求めます。

例1で使った数値群、16、19、18、16、17、19、20、15、17、13の平均値は17です。

次に各読み取り値と平均値との差を求めます。すなわち

-1 +2 +1 -1 0 +2 +3 -2 0 -4

これらをそれぞれ二乗します。すなわち

1 4 1 1 0 4 9 4 0 16

次にこの合計を求め、 $n-1$ で割ります（この場合、 $n=10$ なので $n-1=9$ ）、すなわち

$$\frac{1+4+1+1+0+4+9+4+0+16}{9} = \frac{40}{9} = 4.44$$

推定標準偏差 s は、この最後の値の平方根を求めることで得られます。

$$s = \sqrt{4.44} = 2.1 \quad (\text{小数点第1位へ丸める})$$

n個の測定の推定標準偏差を計算するプロセス全体は、次の式で表すことができます。

$$(1) \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

ここでxは番目の測定の結果、 \bar{x} はn回の測定の結果を考慮した算術平均です。

関数電卓の利用法について 推定標準偏差の計算は、関数電卓に付いている関数キーを使うのが普通は最も簡単です。手持ちの関数電卓の説明書に従って、読み取り値を関数電卓のメモリに入れ、「推定標準偏差」のようなキー（ s_{n-1} [シグマn-1と読みます] など）を使います。関数電卓の利用法については、第13節で詳しく説明します。

3.7 推定標準偏差を求めるのに必要な読み取り値の個数はどれくらいか

この場合もやはり、数が多ければ多いほど正確な推定値が得られます。ただ、この場合は、読み取り値の個数が増えると良くなるのは不確かさです（平均値や「最終結果」の推定値ではありません）。10個で十分です。より完全な推定値を得たい場合には、読み取り値の個数を考慮した結果の調整が必要になってきます。（この問題については、第16節の「更に理解を深めるために」を参照してください。）

4. 誤差や不確かさはどこから来るのか

測定の質を悪くする要因はたくさんあります。測定の中に潜む「傷」は目に見えることもあれば、見えないこともあります。現実の測定を完璧な条件で行なうということは不可能で、次のようなものが誤差や不確かさの原因となってきます。

計測器 測定器にはかたよりをはじめ、エージングによる変化、摩耗、その他ドリフトのようなもの、読み取り性の悪さ、ノイズ（特に電気機器の場合）、その他数多くの問題による誤差及び不確かさがつきものです。

測定対象 :これは往々にして安定していません（例えば、冷蔵庫で作った四角い氷の寸法を暖かい部屋で測定するようなものです）。

測定プロセス 測定そのものが難しい作業の場合があります。例えば生きている小動物の体重を測る場合を考えると、測定対象に協力してもらうことはとても困難です。

外部からやってくる(Imported)「不確かさ」:あなたの使っている機器の校正にも不確かさがあり、あなたが行なう測定の不確かさに累積されます。（校正しないことによる不確かさはもっと悪いのだということだけは、覚えておいてください。）

作業者の技能 測定の中には作業者の技能や判断力に依存するものがあります。測定準備という微妙な作業の場合や、非常に細かな目盛を肉眼で読み取る場合、ある人が他の人より優れ

ているということがあります。ストップウォッチのような計器の扱いは、作業者の反応時間によって違ってきます。(ただし単純ミスはまた別の話になりますので、不確かさに含みません。)



肉眼で2つの物をつき合わせる(alignment)のは、作業者の技能です。
 観察者側が動けば、対象物も動いて見えます。
 この種の「視差による誤差」は目盛を指針で読む場合に起こり得ます。

サンプリングの問題 :あなたが行なう測定は、あなたが評価しようとしているプロセスを正しく代表しているものでなければなりません。作業台の温度を知りたいときには、空調の吹出口近くの壁にかかっている温度計で、それを測ってはいけません。ある生産ラインから測定用のサンプルを選ぶときは、いつもいつも月曜日朝の最初の10個を取ってはいけません。

環境 温度、気圧、湿度その他さまざまな条件が、計測器や測定対象に影響を及ぼします。

誤差の大きさや影響がわかっている場合には(例えば校正証明書などから)、測定結果に補正を加えることもできます。しかし、一般に各種の要因やその他の要因それぞれからもたらされる不確かさというものは、測定の全体的な不確かさに寄与する個々の「入力」となるでしょう。

5. どの測定にも存在する一般的な不確かさ

5.1 偶然か系統的か

測定における不確かさを引き起こす影響は2つに大別できます。

偶然 (Random) :測定を繰り返すと、ランダムに異なった結果が生じます。この場合、できるだけ測定回数を増やして平均を求めれば、より正確な推定値が得られるのが普通です。

系統的 (Systematic) :ここでは、同じ要因が個々の繰り返し測定に影響します(ただし、その要因が何であるかわかるとは限りません)。この場合、測定の繰り返しによるもの以外に特別な情報が得られることはありません。系統的要因が影響している不確かさを推定するには、他の方法が必要になります(例えば他の測定や計算)。

5.2 分布 誤差の形」

一連の数値のばらつき具合は、それぞれに違った形や確率分布を取ります。

5.2.1 正規分布

一連の読み取り値においては、数値が平均値を離れた位置よりも平均値近くにかたまりやすいという傾向があります。この典型的なものが正規分布 (又はガウス分布) です。このタイプの分布は、多数の人間を集めたグループでの身長を調べるとわかるはずで、ほとんどの人が平均身長付近であり、極端に背の高い人や低い人はごくわずかです。

図2は、ほぼ正規分布している10個の「ランダムな」値のグループです。正規分布の略図を図3に示します。

図2 正規分布の数値群の
「プロット」図

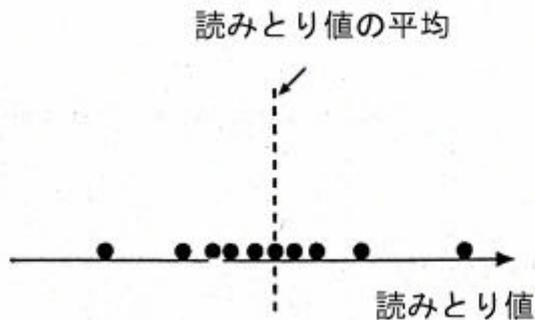
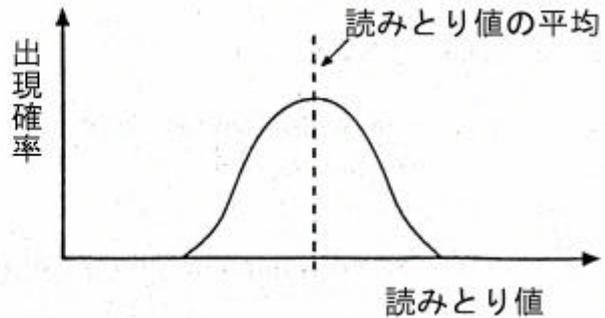


図3 正規分布の略図



5.2.2 一様分布又は矩形分布

測定が最高値と最低値の間でほぼ均等にばらついているとき、矩形分布又は一様分布が生まれます。例えば、まっすくな細い電話線に雨粒が降っている状況を調べるとわかるでしょう。電話線のどの部分を取っても、雨粒は他の部分に降るのと同じように降っているはずで、

図4はほぼ矩形分布している10個の「ランダムな」数値群です。矩形分布の略図を図5に示します。

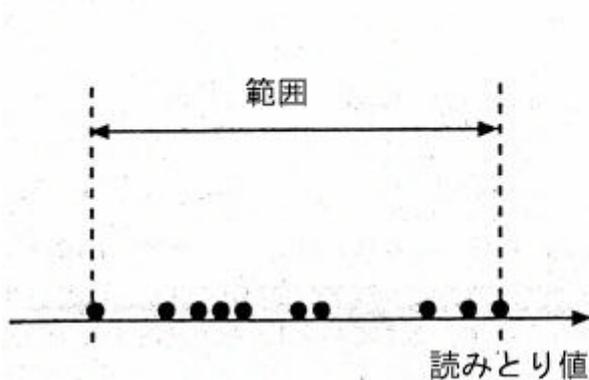


図4 矩形分布の数値群の「プロット」図

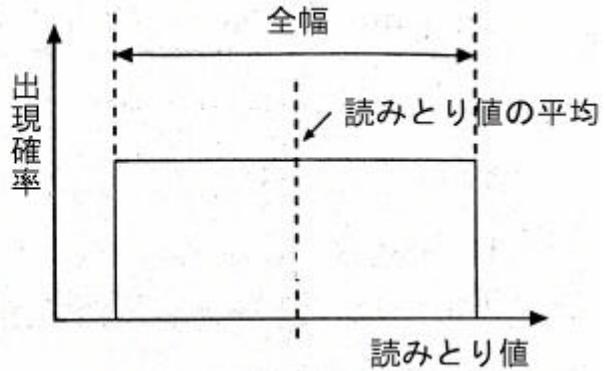


図5 矩形分布の略図

5.2.3 その他の分布

ずっと数は少なくなりますが、他の形をした分布も起こり得ます。例えば三角形、M字形（二山形又は2ピーク形）、また傾斜（斜面）形（lop-sided, skew）などです。

5.3 測定の不確かさでないものとは

作業者が犯すミスは測定の不確かさではありません。この種のミスは不確かさに寄与するものとみなすことはできません。これは注意深く作業し、かつ作業をチェックすることによって回避すべきものです。

許容範囲(tolerance)も不確かさではありません。許容範囲とは、あるプロセス又は製品に対して選定された許容限界です。（仕様への適合性については、後述の第10節参照）

仕様も不確かさではありません。仕様はある製品に何が期待できるのかを教えてくれるものです。仕様は幅広い内容を含み、外観のような物の「技術的ではない」品質もその中に含まれます。（後述の第10節参照）

正確さ(accuracy、又は不正確さ inaccuracy という場合も)も、不確かさと同じではありません。残念なことに、この2つの言葉の使い方は、よく混同されています。正しくは、「正確さ(Accuracy)」は定性的な用語です（例えば、ある測定が「正確だった」とか、「正確ではなかった」といった言い方ができます）。これに対して不確かさは定量的です。数にプラス又はマイナスを付けて表示したとします。それを不確かさと呼ぶことはできますが、正確さとは呼べません。

誤差も不確かさと同じではありません（これまでも「誤差解析」のような言い方に見られるように、これらを同じ意味に使用することがよく行なわれてきましたが）。先に2.3項で述べた説明を参照してください。

統計解析も不確かさ解析と同じではありません。統計は、それ自身では不確かさについて何の情報ももたらさず、いろいろな結論を導き出すのに利用されます。不確かさ解析は統計の利用の一例でしかありません。

6. 測定の不確かさの計算方法

測定の不確かさを計算するには、まず測定の不確かさを引き起こす要因をつきとめなければなりません。次にそれぞれの要因から、その不確かさの大きさを推定します。そして最後に個々の不確かさを合成して、全体像を明らかにします。

個々の不確かさがどんな寄与をするのかを評価し、これらをどう合成するのかについては、明

確な規則があります。

6.1 不確かさを推定する2つの方法

不確かさの要因が何であれ、それらを推定するためには「タイプA」評価と「タイプB」評価という2つのアプローチの方法があります。ほとんどの測定状況は、両方のタイプの評価を必要とします。

タイプA評価法 統計を用いた不確かさの推定（通常、繰り返し読み取り値から得る）

タイプB評価法 他のすべての情報を用いた不確かさの推定。こうした情報には、測定に関する過去の経験をはじめとして、校正証明書、製造者の仕様書、計算、公表されている情報、及び常識から得られるものなどがあります。

タイプAを偶然、タイプBを系統的と考えてしまいがちですが、それは必ずしも正しくはありません。

タイプA評価法及びタイプB評価法から得られる情報をどのように使うのかについて、次に説明します。

6.2 不確かさを評価するための8つの主なステップ

ある測定の総合不確かさを評価するための主なステップは、次のとおりです。

1. 測定から何を洗い出す必要があるのかを決める。最終結果を得るのに必要な測定と計算は実際どういうものなのかを決める。
2. 必要な測定を実施する。
3. 最終結果に盛り込もうとする各入力量の不確かさを推定する。すべての不確かさを同じような形で表現する。(7.1項参照)
4. 入力量の不確かさが互いに独立しているか、そうでないかを見極める。独立していないと考えられる場合には、追加の計算又は情報が必要になる。(7.3項 参照参照)
5. 得られた測定結果を計算する(校正のような、既知の補正をすべて含む)。
6. 個々の要因すべてから、合成標準不確かさを求める。(7.2項参照)
7. 不確かさを包含係数(7.4項参照)と不確かさ区間の大きさによって表現し、信頼水準を述べる。
8. 測定結果及び不確かさを書きとめ、これらをどのように求めたかを述べる。(第8節参照)

これは評価プロセスのおおまかな概要です。これらのステップの実行例は、第9節に述べられています。

7. 不確かさ計算を始める前に知っておくべきその他の事柄

不確かさへの寄与成分を合成する前に、これらを同じような形で表現しておきます。こうして、どの不確かさも同じ単位かつ同じ信頼水準で与えられねばなりません。

7.1 標準不確かさ

不確かさ寄与成分はすべて**標準不確かさ**に変換することにより、同じ信頼水準で表現する必要があります。標準不確かさとは、「ある標準偏差のプラス又はマイナス値」とみなすことができる幅です。標準不確かさは、(単に数値のばらつきだけではなく)ある平均値の不確かさを教えてくれます。標準不確かさは普通、 u (小文字の「u」という記号、又は $u(y)$ ϕ についての標準不確かさ)

で表わします。

7.1.1 A タイプの評価のための標準不確かさの計算

複数の繰り返し読み取り値が得られれば (不確かさのタイプA評価用に)、この数値群に対して、平均値及び推定標準偏差 s を計算することができます。これらから平均値の推定標準不確かさは

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

ここで n はこの数値群にある測定の数とします。(平均値の標準不確かさは、従来までは平均値の標準偏差、又は平均値の標準誤差とも呼ばれていました。)

7.1.2 B タイプの評価のための標準不確かさの計算

情報がもっと少ない場合 (タイプB評価によくあることで)、不確かさの上限と下限しか推定できない場合もあるかもしれません。その場合、求める値が同じくらいの確率でその間のどこかに入る、すなわち矩形 (一様) 分布の中に入ると仮定せざるを得ないでしょう。矩形分布に対する標準不確かさは、次の式から求めます。

$$\frac{a}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

ここで a は上限と下限の間の半分の半値幅です。

矩形又は一様分布はごく普通に見られます。しかし、何か他の分布が期待できるそれなりの理由があるのであれば、そちらに基づいて計算する方がよいでしょう。例えば、ある計測器の校正証明書のような「外部からの」情報による不確かさは、一般に正規分布していると仮定することができます。

7.1.3 ある測定単位から別の単位に不確かさを変換する

不確かさへの寄与成分を合成しようとする場合には、それらの単位が同じであることが前提になります。ことわざに「リンゴとナシを比べることはできない」のです。

例えば長さを測る場合、測定の不確かさも結局は長さによって記述されることになります。室温の変動は不確かさの一つの要因となり得ます。このときこの不確かさの源は温度ですが、その効果は長さで表わされますから、不確かさも長さを単位として考慮しなければなりません。温度が1度上がると測定物の長さが0.1%膨張することがわかったとします。この場合、 ± 2 の温度不確かさは、100 cm長のある物体に対して ± 0.2 cmの長さの不確かさを引き起こすことになります。

いったん標準不確かさを一定の単位で表現してしまえば、次のテクニックのどれかを使って、合成不確かさを求めることができます。

7.2 標準不確かさを合成する

タイプA又はタイプB評価法によって計算した個々の標準不確かさは、「平方和法」(「乗和の平方根」ともいう)によって、有効に合成することができます。こうして出てきた結果を合成標準不確かさと呼び、 u 又は $u(y)$ で表わします。

平方和法は、測定結果が足し算や引き算で求められるときに、最も単純なものとなります。測定の掛け算、割り算、あるいは他の関数を使用したりする、もっと複雑なケースも後で扱います。

7.2.1 足し算・引き算についての平方和法

最も単純なケースは、一連の測定値の合計(互いに足したり引いたりして)が結果となる場合です。例えば、それぞれ幅の異なる何枚かのパネルを並べて作ったフェンスの全長を求める場合、各パネルの長さについての標準不確かさ(単位m)がa、b、c...で与えられているとします。この場合フェンス全体に対する合成標準不確かさは、各不確かさを2乗し、それらを合計し、その平方根を取ることによって求められます。すなわち

$$\text{合成標準不確かさ} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + \dots} \quad (4)$$

7.2.2 掛け算・割り算についての平方和法

もっと複雑なケースでは、計算を単純にするために、相対又は分数不確かさを扱うことが便利な場合があります。

例えば、ある四角いじゅうたんの面積Aを求めようとするとき、長さLと幅Wを掛ける(すなわちA = L × W)必要が出てきます。じゅうたんの面積の相対不確かさ又は分数不確かさは、長さLと幅Wの分数不確かさから求めることができます。不確かさu(L)を持つ長さLに対して、相対不確かさはu(L)/Lです。不確かさu(W)を持つ幅Wに対して、相対不確かさはu(W)/Wです。このときこの面積における相対不確かさu(A)/Aは、次式によって与えられます。

$$\frac{u(A)}{A} = \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(W)}{W}\right)^2} \quad (5)$$

3つの要素を互いに掛け算して、一つの結果が得られるようなケースでは、式(5)に3つの項が存在します。その他の場合も同様です。上の式は(全くこのままの形で)、2つの値の商が結果となるケースにも使用できます(ある数を別の数で割る場合。例えば長さを幅で割る、など)。言い方を変えれば、この式の形は、演算が掛け算又は割り算となるすべてのケースに当てはまります。

7.2.3 もっと複雑な関数についての平方和法

最終測定結果の計算において、ある値が2乗される場合(例、Z²)、2乗項が存在することによる相対不確かさは

$$\frac{2u(Z)}{Z} \quad (6)$$

の形で表わせます。

平方根(例 \sqrt{Z})が結果の計算の一部となるような場合には、その項が存在することによる相対不確かさは

$$\frac{u(Z)}{2Z} \quad (7)$$

の形で表わせます。

もちろん、測定の中には足し算、引き算、掛け算、割り算などを組み合わせた公式を使って処理するものもあります。例えば、電気抵抗Rと電圧Vを測定し、このときの電力Pを次の関係式を使って計算するとします。

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (8)$$

このケースでは、電力値についての相対不確かさ $u(P)/P$ は次式によって与えられます。

$$\frac{u(P)}{P} = \sqrt{\left[\frac{2u(V)}{V}\right]^2 + \left[\frac{u(R)}{R}\right]^2} \quad (9)$$

一般に、複数の段階を経る計算に対しては、標準不確かさを平方で合成する過程も複数の段階を経て行なうことができますが、各段階では足し算、掛け算等についての関連式を用いることとなります。複雑な公式による標準不確かさの合成は、別のところでもっと詳しく論じられています(例 JKASの刊行物M 3003)。

7.3 相 関

上記7.2項で紹介した合成標準不確かさを計算するための式は、入力標準不確かさが相互に関連していない、すなわち**相関がない**場合にのみ成り立ちます。これはつまり、私達は普通不確かさ寄与成分がすべて独立しているかどうかを自問する必要があるということの意味します。ある入力中の大きな**誤差**は、別の入力に大きな**影響**を生じさせるのでしょうか？ 温度のような何らかの外部要因が、不確かさのいくつかの側面に同時に同じような影響を及ぼすのでしょうか、それは目に見えるものでしょうか、見えないものでしょうか？ たいていの場合、個々の不確かさは互いに独立しています。しかしそうでない場合、追加の計算が必要になります。これらについては本入門ガイドでは詳しく述べませんが、第16節に掲げた文献には紹介されているものもあります。

7.4 包含係数 (coverage factor) k

合成標準不確かさを求めるために不確かさ成分を統一的に計算したら、次にその結果を再計算したくなるかもしれませんが、合成標準不確かさは「標準偏差」と同等とみなすことができますが、私達は別の信頼水準(例 95%)で規定された総合不確かさを求めたいと思うかもしれません。この再計算は**包含係数**(coverage factor)kを使って行なうことができます。合成標準不確かさに**包含係数**を掛けると、**拡張不確かさ**という結果が得られます。これは普通Uという記号で表わします。

$$U = ku_c \quad (10)$$

ある特定の包含係数は、拡張不確かさについてある特定の信頼水準を与えます。

最も一般的には、総合不確かさは包含係数 $k = 2$ を使って計算します。こうすると約95%の信頼水準が得られます。($k = 2$ は合成標準不確かさが正規分布の場合に成り立ちます) これは通常は正当な仮定ではありますが、この背後にある理由は、別の、第16節の文献中にあります。

この他のいくつかの包含係数(正規分布についての)は、以下のとおりです。

$$\begin{aligned} k = 1 & \quad \text{(信頼水準が約68%の場合)} \\ k = 2.58 & \quad \text{(信頼水準が99%の場合)} \\ k = 3 & \quad \text{(信頼水準が99.7%の場合)} \end{aligned}$$

その他の珍しい分布形では、包含係数も異なります。

反対に、与えられた包含係数を伴う拡張不確かさを引用するときには、逆の過程、すなわち適切な包含係数で割ることによって、標準不確かさを求めることができます。(これは7.1.1項及び7.1.2項で示したように、合成標準不確かさを求める際の基礎になっています。)このことはつまり、校正証明書に記載されている拡張不確かさは、適正に表現されていれば標準不確かさに「変換」できるということを意味します。

8. 結果の表記方法

結果を表記する場合には、読者がその情報を利用できるようなものであるということが重要になってきます。そこで触れなければならない主な事項には次のことがあります。

測定結果と、それに伴う不確かさの値。例：棒の長さは20 cm±1 cmだった。」

包含係数と信頼水準の表明。報告された不確かさは、約95%の信頼水準を与える包含係数 $k = 2$ を掛けた標準不確かさに基づいています。」という書き方が推奨されます。

不確かさをどのようにして推定したか（方法を説明している刊行物を引用します。例えばUKAS 刊行物M 3003など）。

9. 例 不確かさの基本的な計算

以下に紹介するのは、ある簡単な不確かさ解析の想定例です。すべての詳細が現実のものというわけではありませんが、方法を説明するため簡単でわかりやすくしてあります。まず測定と不確かさ解析を説明し、次に不確かさ解析を表で示します（「表計算モデル」又は「不確かさ計算表」）。

9.1 測定 紐の長さはどれくらい

1本の紐の長さの綿密な推定値を得る必要があるとします。

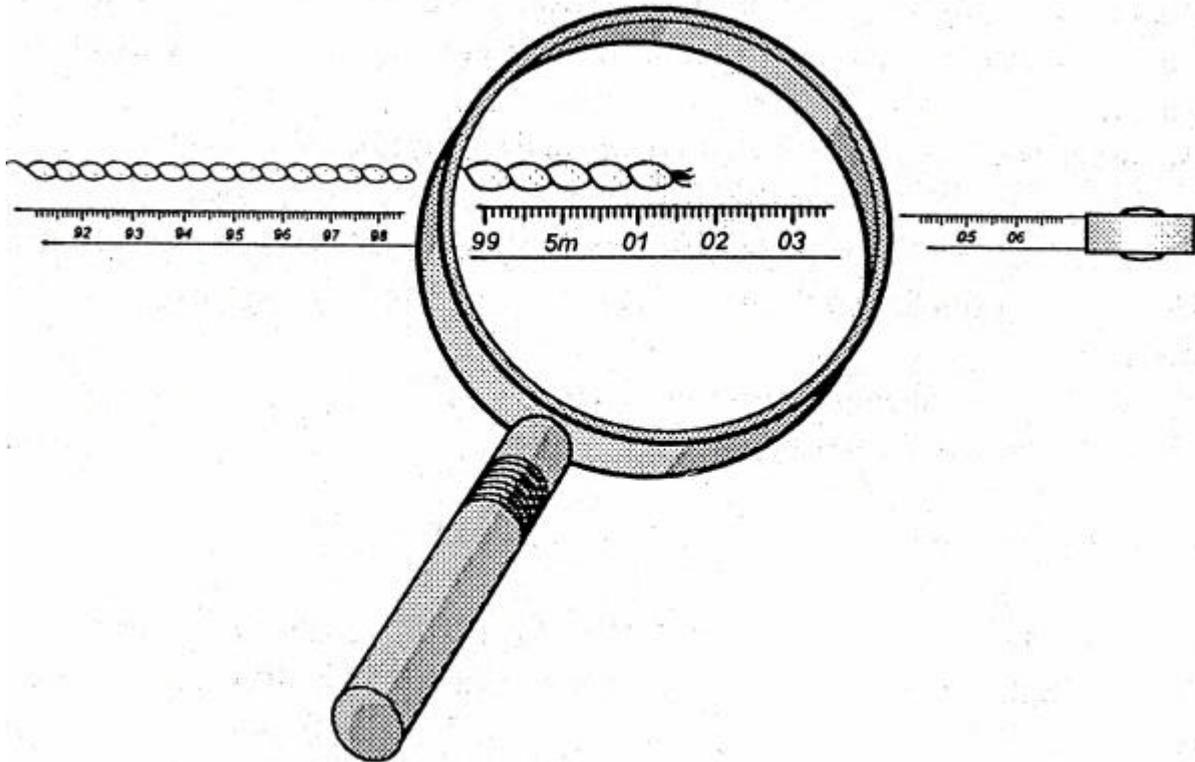


図6 紐の長さはどれくらい？

6.2項に記載されている手順の次には、以下のプロセスが続きます。

例 1本の紐の長さの不確かさを計算する

ステップ 測定から何を見出す必要があるのかを決める。最終結果を得るのに必要な測定と計算は実際どういうものなのかを決める。まず巻尺を使って長さを測ります。巻尺上の実際の読みとは別に、次のことを考えねばなりません。

巻尺自体にある不確かさの可能性

- 補正の必要はないか。校正は正しく読めることを示しているか。校正における不確かさは何か。
- 巻尺は簡単に伸びたりしないか。
- 曲げると短くならないか。校正してからの変化はどれくらいと考えられるか。
- 分解能すなわち最小目盛はいくらか (例: 1 mm)。

測定対象に起因する不確かさの可能性

- 紐はまっすぐに置かれているか。たるんだり張りすぎたりしていないか。
- その場の支配的な温度や湿度その他が、紐の実際の長さに影響していないか。
- 紐の端ははっきりしているか、ぼつれていないか。

測定過程及び測定者に起因する不確かさの可能性

- 紐の端と巻尺の端とを、どれだけぴったり合わせられるか。

- 巻尺と紐とを正しく平行に並べることができるか。
- 同じ測定をどれだけ正確に繰り返すことができるか。

この他に考え付くことはありますか？

ステップ2. 必要な測定を実施する。 長さを測り、その測定を記録します。特に完璧を目指すのであれば、1回ごとに巻尺を新たに配置し直しながら、測定を10回繰り返します（現実にはまずやらないことですが）、いま、計算の結果、平均値として5.017 mが、推定標準偏差として0.0021 m (2.1 mm) が得られたとします。

測定に真重を期すなら、次の事項を記録しておくとい良いでしょう。

- いつ測定したか。
- どのように測定したか。例えば、地面の上か鉛直方向で、巻尺の向きを変えて 変えないで、その他巻尺と紐をどう合わせたかについての詳細など。
- どの巻尺を使用したか。
- 環境条件（それが測定結果に影響したと考えられる場合）
- 関係していると思われるその他の事柄。

ステップ3. 最終結果に盛り込もうとする各入力量の不確かさを推定する。すべての不確かさを同じような形（標準不確かさ）で表現する。 不確かさの可能性のある源すべてに注目し、それぞれの影響の大きさを推定します。今回のケースでは、次のようなことがいえるでしょう。

巻尺は校正済みである。したがって補正は必要ないが、校正の不確かさは包含係数 $k = 2$ (正規分布)として、読み取り値の0.1%である。この場合、5.017 mの0.1%は5 mmに近い。2で割ると 標準不確かさ $(k = 1)$ に $u = 25$ mmとなる。

巻尺の最小目盛は1 mmである。一番近い目盛を読むとき、不確かさが0.5 mmを超えることはない。これを一様分布の不確かさとみなすことができる（真の読みは1 mm区間の中のどこか、すなわち ± 0.5 mm以内に入るはず）。標準不確かさを求めるには、半値幅 (0.5 mm)を 3で割る。これより近似的に $u = 0.3$ mm。

巻尺はまっすぐに置かれているとしても、紐には何箇所かにわずかな曲がりが生じるのは避けられない。したがって、測定は紐の実際の長さより短く出やすい。この不足分をほぼ0.2%とし、その不確かさはせいぜい 0.2%であると予想しよう。これは測定結果に0.2% (10 mm)を加えることによって補正しなければならないことを意味する。不確かさは、良い情報が欠如している場合には、一様分布を形成すると仮定される。不確かさの半値幅 (10 mm)を 3で割ると、標準不確かさは $u = 58$ mm (1 mm単位へ丸める)となる。

以上はすべてタイプBの推定値です。タイプAの推定値は以下のようになります。

標準偏差は巻尺を繰り返しどれだけ同じように置くことができるか、またこのことが平均値の不確かさにどれだけ寄与するかを教えてくれる。10個の読みの平均値の推定標準偏差は、361項の公式を使って求める。

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2.1}{\sqrt{10}} = 0.7 \text{ mm} \quad (\text{小数点以下第1位})$$

今回の例では、これ以外の不確かさを考慮する必要がないものとします。(現実には他の事柄も関与している可能性があります。)

ステップ4. 入力量の不確かさが互いに独立しているか、そうでないかを見極める。独立していないと考えられる場合には、追加の計算又は情報が必要となる。今回のケースでは、不確かさが互いに独立しているものとします。

ステップ5. 得られた測定結果を計算する(校正のような、既知の補正をすべて含む)。結果は、わずかに曲がっている紐に必要な補正とともに、平均値の読み由来します。すなわち

$$5.017 \text{ m} + 0.010 \text{ m} = 5.027 \text{ m}$$

ステップ6. 個々の要因すべてから合成標準不確かさを求める。結果を求めるのに用いる唯一の計算は、補正値の加算でした。したがって、平方和法の最も単純な形式を適用することができます(21項の式を使用する)。標準不確かさは次のように合成します。

$$\begin{aligned} \text{合成標準不確かさ} &= \sqrt{2.5^2 + 0.3^2 + 5.8^2 + 0.7^2} \\ &= 6.4 \text{ mm} \quad (\text{小数点以下第1位}) \end{aligned}$$

ステップ7. 不確かさを包含係数(4項参照)と不確かさ区間の大きさによって表現し、信頼水準を述べる。包含係数 $k = 2$ のとき、合成標準不確かさに2を掛けます。これにより拡張不確かさは128 mm (0.0128 m)となります。これは約95%の信頼水準を与えます。

ステップ8. 測定結果及び不確かさを書きとめ、これらをどのように求めたかを述べる。例えば記録は次のようなものです。

紐の長さは5.027 m ± 0.013 mであった。報告されている拡張不確かさは、標準不確かさに包含係数 $k = 2$ を掛けた値に基づいており、信頼水準は95%となる。」

報告されている長さは、水平に置いた紐を10回測定した値の平均値である。この結果は測定時に完全にはまっすぐに置かれていなかった紐に推定される影響に対して補正されている。不確かさは「測定の不確かさに関する入門ガイド」にある方法により推定した。」

9.2 不確かさの解析 表計算モデル

計算をスムーズに行なうためには、表1にあるような表計算様式で、不確かさ解析を要約する、すなわちいわゆる「不確かさ計算表」を作ると便利です。

表1 「不確かさ計算表」を示す表計算モデル

不確かさの要因	値 ±	確率分布	除数	標準不確かさ
校正の不確かさ	5.0 mm	正 規	2	2.5 mm
分解能 (最小目盛)	0.5 mm*	矩 形	$\sqrt{3}$	0.3 mm
紐の置き方	10.0 mm*	矩 形	$\sqrt{3}$	5.8 mm
10回繰り返し測定の平均値の標準不確かさ	0.7 mm	正 規	1	0.7 mm
合成標準不確かさ		正規と仮定		6.4mm
拡張不確かさ		正規と仮定 ($k = 2$)		12.8 mm

* (±)半値幅を $\sqrt{3}$ で割ったものを使用。

10. その他の表明 (例 :仕様への適合性)

測定結果から結論を導き出す際、測定の不確かさを忘れてはいけません。このことは、測定がある仕様が満たしたかどうかを確認するのに用いるときには、特に重要です。

ときには結果が仕様の限界値以内に入るか外れるかがはっきりしていることもありますが、不確かさが限界値と重なる場合もあります。図7に4つの場合を示します。

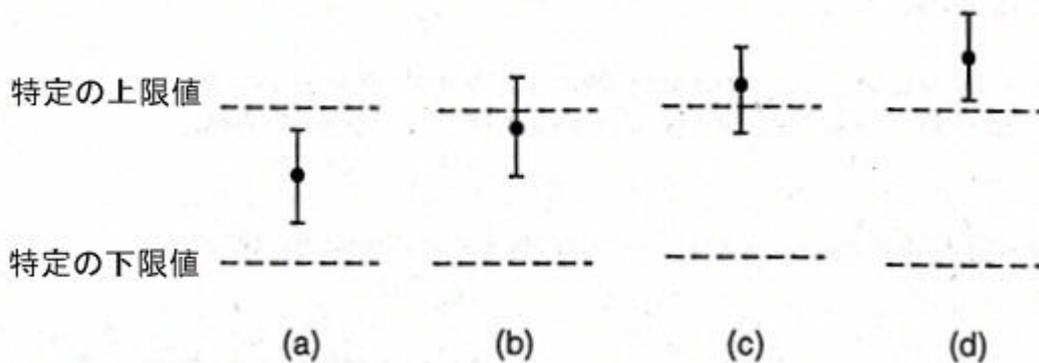


図7 測定結果とその不確かさが、与えられた仕様の限界値とどのような関係にあるかを示す4つの場合 (不確かさは仕様の下限ともこの図と同じように重なります)

ケース (a)では、測定結果と不確かさは与えられた限界値内に入っています。これを「適合」と呼びます。

ケース (d)では、測定結果も不確かさ帯のどの部分も、与えられた限界値内に入っていません。これは「不適合」と呼びます。

ケース (b)及び (c)では、完全には、限界値内でも限界外でもありません。この場合適合性については、確実な結論を出すことはできません。

仕様書との適合性を表明する前に、その仕様書を必ずチェックしてください。ときには、仕様書が測定された事柄と何の関係もない、外観や電気的接続、互換性といったさまざまな性質を規定している場合があるからです。

11. 測定の不確かさをいかにして小さくするか

不確かさを定量化することは、一般にこれを最小限に抑えることと同じくらい重要だということをいつも覚えていてください。測定を行なう際、一般に不確かさを小さくするのに役立つ優れた実施法がいくつかあります。以下に推奨できるものを数例紹介します。

計測器を校正し(又は校正してもらって) 証明書に記載された校正補正値を使用する。

既知の系統効果を補償する補正を行なう。

測定結果を国家標準に対してトレーサブルなものとする(これには、切れ目のない連鎖した一連の測定を通じて、国家標準までトレースできる校正値を使用する)。測定が校正・測定の認定(英国ではUKAS)によって品質保証されているのであれば、測定のトレーサビリティについては特別な信頼を置くことができる。

最高の計測器を選び、不確かさが最小となる校正施設を利用する。

測定を繰り返して、測定結果をチェックする。又は、ときどき別の誰かに同じ操作を繰り返してもらるか、違う種類のチェックを採用する。とりわけ、別の方法でチェックするのが最善である。

計算をチェックする。数値をあるところから別のところへ転記した場合には、これもチェックする。

不確かさ計算(uncertainty budget)を用いて、最悪の不確かさを見つけ出し、問題解決に取り組む。

一連の連続した校正においては各校正を重ねるごとに不確かさは増大する、ということに留意する。

12. その他の優れた測定の実施事例

一般に、測定を行なう際には、よく知られた確立した実施法に従います。例えば、

機器を使用したり保守する場合には、メーカーの指示書に従う。

経験豊富なスタッフを起用し、測定の実習を実施する。

ソフトウェアのチェックや妥当性確認を行ない、正しく動作することを確認する。

計算においては、数値の丸め方を間違えない(13.4項参照)。

測定及び計算を正しく記録する。読み取りを行なったら、その場で読み取り値を書きとめる。関係があると思われる追加情報は、どれもメモしておく。過去の測定に疑義が生じた場合、こうした記録が非常に有用となる。

他にも多くの優れた実施法が詳しく記述されたものがあり、例えば国際標準ISO/IEC 17025 試験所及び校正機関の能力に関する一般要求事項(第16節参照)などがあります。

13. 関数電卓の利用法

不確かさを計算する際に、電卓やコンピュータを用いる場合、こうした機器を使用する際のミス避ける方法を知っておく必要があります。

13.1 関数電卓のキー

\bar{x} (エクスペクト)キーは、電卓のメモリに入れた数値の平均(算術平均)を出してくれます。

σ_{n-1} (シグマエヌマイナスイ)キー(「s」と書いてあることもある)は、あなたの限られたサンプルに基づいて、「母集団」の推定標準偏差を出してくれます。(どんな読み取り値群でも、無限個の読み取り値からなる母集団から見れば、小さなサンプルにすぎません。) σ_{n-1} 又はsは、この入

門ガイドの7.1.1項にあるような、タイプA評価用に標準不確かさを計算する場合に使用すべき標準偏差の推定値です。

電卓にはまた、 n と書いてあるキーがある場合もあります。不確かさの推定には、通常 n を用いてはいけません。 n はサンプル自体の標準偏差を与え、あなたが特性化しようとしている、より大きな母集団に対する推定値を与えるものではありません。読み取り値の数が非常に多いとき、 n は $n-1$ に非常に近くなります。しかし現実の測定状況では読み取り値の数は少なめですので、 n は使わないでください。

13.2 関数電卓とソフトウェアの誤差



電卓は複雑な代数計算には便利だが、それ自体が誤差の一つの要因となり得る。

電卓もミスを犯すのです！ 特に非常に長い桁数を扱うと、とんでもない結果が現れたりします。例えば電卓の中には、正しくは答えが0.000 000 000 000 04でなければならないのに

$$0.0000002 \times 0.0000002 = 0 \quad (\text{端数なし})$$

のような間違った答えを出すものがあります(もちろん、 $2 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-14}$ という表示をするのが良いのですが)。コンピュータでさえ、この種の数値の丸め誤差を起こします。この問題を見つけ出すには、代表的な計算を手で行なって、表計算ソフトウェアをチェックし、2つの方法が一致することを確認します。数値を丸めたときのこうした問題を避けるには、計算時には、変換した数値を使用する方が良いでしょう(これは「スケーリング」とか「データのコーディング」とかと呼ばれます)。

13.3 スケーリング

例4は「スケーリング」の方法を示しています。スケーリングはソフトウェアや電卓の誤差を避け、電卓なしで計算するときよりも代数計算をやりやすくすることを目的としています。

例 1.000 000 03、1.000 000 06、1.000 000 12の平均値と推定標準偏差を求める

整数で計算すると、3、6、12の平均(7)を求めればよいこととなります。こうすると、元の数の平均値は1.000 000 07だということとなります。

順を追って見てみると、まず1.000 000 03、1.000 000 06、1.000 000 12から整数(1)を引きます。すると

$$0.000\,000\,03 \quad 0.000\,000\,06 \quad 0.000\,000\,12$$

が得られます。ここで100 000 000 (10^8)を掛けると、計算がすべて整数で行なえるようになります。すなわち

$$3, \quad 6, \quad 12$$

平均値は

$$\frac{(3+6+12)}{3} = 7$$

を出した後、以上のステップを逆に辿り、平均値を 10^8 で割ると

$$7 \div 10\,000\,000 = 0.000\,000\,07$$

となり、これに1を足すと

$$1.000\,000\,07$$

となります。

推定標準偏差を計算するための「スケーリング」も同様に行ないます。変換データは上と同様に

$$3, \quad 6, \quad 12$$

で、変換平均値は7です。

推定標準偏差は電卓を用いても求められますし、前述にあるように(36項) 次式を用いても求められます。

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

各読み取り値と平均との差を求めると

-4, -1, 5

これらをそれぞれ2乗すると

16, 1, 25

合計してn-1で割ると

$$\frac{(16+1+25)}{2} = 21$$

この平方根を取ると

$$\sqrt{21} = 4.6 \quad (\text{小数点第1位})$$

この結果 (4.6) を元のスケールへ変換し直すと、推定標準偏差0.000 000 046が得られます。(1.000 000 046でないことに注意。なぜなら標準偏差は、数値群の桁をシフトしても、しないときと変わらないからです。)

13.4 数値の丸め方

電卓も表計算も、小数点以下が長く続いた数値を出します。計算結果を丸めるのには、推奨できるいくつかの方法があります。

意味のある程度まで丸める。測定結果の不確かさが、小数点以下どこまでを報告すればいいかを指定することがあります。例えば、あなたの結果の不確かさが小数点以下第1位にあるとします。このとき測定結果もやはり小数点以下第1位まで規定すべきでしょう。

例：20.1 cm ± 0.2 cm

必要とする有効数字桁数より少なくとも一つ多い桁まで計算する。掛け算、割り算あるいはもっと複雑な計算を行なう場合に、自分が何桁の有効数字を必要としているのかわかっていなければなりません。

値を丸めるのは、誤差まで丸めてしまうのを避けるために、計算がすべて終わったあとだけにしなければなりません。例えば、2.346を計算の早い段階で2.35に丸めてしまうと、その後2.4に丸められてしまう可能性があります。しかし、計算中ずっと2.346のままにしておけば、最終段階で2.3に正しく丸められることになるでしょう。

結果を丸めると、上下どちらの数に近いかにより、最終的には切り上げられるか、切り捨てられるかのどちらになりますが、不確かさを丸める規則はこれとは異なります。最終的な不確かさは最も近い大きい方の数に切り上げます。切り捨てることはありません。

14. 学習を深め、実践する

これで不確かさの推定の基礎はわかったはずですが、しかし、この知識を実践するにはまださらに詳しい指針が必要でしょう。

さらなる情報は第16節に掲げた文献に載っています。測定の不確かさの正しく完全な解析方法についての詳細なガイドラインは、UKAS (United Kingdom Accreditation Service、英国認定サービス) M 3003 「測定における不確かさ及び信頼性の表現」にあります。同様のガイドラインはEA4/02 「校正における測定の不確かさの表現」にもあります。これらの資料は主に、校正や試験の認定を受けようとしている試験所を対象にしており、測定の不確かさを推定するための完全な指針を提供し、さまざまな種類の測定に対する想定例を満載しています。不確かさに関する用語の定義も含まれていますが、こうした用語によく用いる記号もリストアップしています。またこれらの資料は特殊なケースをはじめ、不確かさを完全に正しく計算しようとする際考慮しなければならないいくつかの特別な点にも触れています。

15. いくつかの注意点

不確かさ解析は進化途上(evolving)にある問題領域です。ここ何年かにわたり、アプローチの仕方に微妙な変化が現れました。さらにこの入門ガイドに示した規則は「絶対」ではありません。少しずつ違った規則を当てはめねばならない特殊なケースは、いくつでもあります。また個々の不確かさの考慮の仕方については、細かな点で議論の余地さえ残されています。しかし、このガイドに示した助言が通常の優れた実施法を代表したものであることには変わりはありません。

ここに掲げたものがすべてではありません。特殊なケースはこのガイドで扱いませんでした。特殊な規則は、次のような場合に適用されます。

データ数が非常に少ない測定に(10個未満)、統計を適用する。

不確かさのある一つの成分が、他のすべてよりはるかに大きい。

計算へのいくつかの入力量が関連している。

ばらつきや分布の形が通常のものではない。

不確かさが単一の結果を対象にしているのではなく、いくつかの点に対してある曲線や直線を当てはめることを対象にしている。

こうしたケースは、下の「更に理解を深めるために」にリストした文献の中で扱っています。

16. 更に理解を深めるために :参考文献

- (1)Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement(GUM), 1995
(計測における不確かさの表現のガイド:日本では日本規格協会から翻訳本が刊行)
- (2)International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology(VIM), 1993
(国際計量基本用語集 :日本では日本規格協会から翻訳が刊行)
- (3)Chatfield, C.(1983): Statistics for Technology. 3rd Edition (Chapman and Hall, New York)
- (4)Dietrich, C. F.(1991): Uncertainty, calibration and probability, 2nd Edition, (Adam-Hilgar, Bristol)
- (5)EA-4/02: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration
- (6) ISO 3534-1 : Statistics -vocabulary and symbols- Part I: Probability and General Statistical Terms, 1st Edition, 1993 (統計 - 用語と記号 第一部 :確率と一般統計用語)
- (7)PD 6461- Part 1, 1995: Vocabulary of Metrology, Part 1. Basic and general terms (international), British Standards Institution, London
- (8)EURACHEM/CITAC Guide: Quantifying Uncertainty in Analytical Measurements, Second Edition 2000
- (9)Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement, 1995, ISBN 0-98926-08-2
- (10) International Standard ISO/IEC General Requirements for the competence of testing and calibration laboratories, First Edition 1999, International Organization for Standardization, Geneva

本ガイド発行時点で、次のウェブサイトに測定の不確かさの推定に関する有用な情報が含まれていました。

<http://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/index.html>

<http://www.ukas.com/new-docs/technical-uncertain.htm>

付属書 A :用語の理解

以下の用語集では、重要な語をいくつか説明しています。ここでは厳密な定義を与えていません。そうした定義は別の文献、例えば「国際計量基本用語集」(International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology)にあります。また有用で正確な定義なら、UKASの刊行物M 3 003「測定における不確かさ及び信頼性の表現」(第16節参照)にも記載されています。

accuracy **正確さ**

測定結果と真の値の間の一緻度(「正確さ」は定性的な用語でしかありません)。

bias (of a measuring instrument): **(計測器の)バイアス、かたより**

計測器の表示における系統効果 (error)。

calibration **校正**

計測器が示す値にどのような差が生じているかを見つけるための、参照や標準に対する計測器の比較。ときには、校正は計器の入力と出力との関係を決定するものである場合もある。例えば、抵抗温度計の校正はその出力(オーム)と入力温度(摂氏温度又はケルビン)を関係づける。

confidence level **信頼水準**

結果に対する信頼度を表現する数値(例:95%)。

correction (calibration correction) **補正 (校正補正)**

誤差、オフセットあるいはかたよりを補正するために、計測器の読みに加える数値。(同様に、読みには、その値を補正するため**補正係数**を掛けたり、割ったりする場合がある。)

correlation **相関**

データ間又は測定された量の間相互依存性又は関係。

coverage factor **包含係数**

ある信頼水準に対する拡張不確かさを求めるために、合成標準不確かさに掛ける数。

error **誤差**

正しい値からのオフセット又はズレ(正又は負)。

estimated standard deviation **推定標準偏差**

限られた数のサンプルに基づいて求める、「母集団」の標準偏差の推定値。

expanded uncertainty **拡張不確かさ**

ある信頼水準を求めるために、包含係数kを掛けた標準不確かさ(又は合成標準不確かさ)。

Gaussian distribution **:ガウス分布**

正規分布参照。

interval (confidence interval) **:区間 (信頼区間)**

測定された「真の値」がその中に入っているといえる幅で、任意の信頼水準を持つもの。

level of confidence **信頼水準**

結果に対する信頼度を表す数値 (例、95%)。

mean (arithmetic mean) **平均値 (算術平均値)**

一まとまりの数値群の平均値。

measurand **測定量**

測定される特定の量。

normal distribution **正規分布**

特徴的なばらつきパターン (ガウス曲線) を形成する数値分布で、平均値周辺にそこから離れた地点より多くの数値が集まっているもの。

operator error **作業者の誤り**

ミス。

precision **精密さ**

「識別の細かさ」を意味する語であるが、正確さや不確かさとよく間違えられている。この語はできれば使わない方がよい。

random error **偶然誤差**

ランダムに変動するのが観察される効果を持つ誤差。

range **範囲**

ある数値群の最大と最小の差。

reading **読み**

測定時に観察され、記録される値。

rectangular distribution **矩形分布**

ある範囲内に入ることが等しく起こりそうな複数の値の分布。

repeatability (of an instrument or of measurement results) : **(計測器又は測定結果の) 繰り返し性**

同一条件下での、性質を同じくする繰り返された測定間の一致度。

reproducibility (of an instrument or of measurement results) : **(計測器又は測定結果の) 再現性**

測定条件を変化させて測定を行なうとき、性質を同じくする測定間の一致度 (例、異なる作業者又は方法による測定、あるいは異なった時間に行なった測定)

resolution **分解能**

意味のある識別が可能な最小の差 (例 : デジタル表示の最後の桁にある数が「1」だけ変化す

る)

result (of a measurement): **(測定の)結果**

補正又は平均化の前後のいずれかにおいて、測定から得られる値。

sensitivity **感度**

(計測器の)反応の変化を対応する刺激の変化で割った値。

standard deviation **標準偏差**

ひとまとまりの結果のばらつきを表わす度合。各数値がその数値群の平均から一般にどれだけ異なっているかを示す。無限数の結果が得られない場合(現実には、これは全く不可能)、代わりに推定標準偏差を用いる。

standard uncertainty **標準不確かさ**

一つの標準偏差のプラスマイナス値に相当する幅として表現される測定の不確かさ

systematic error **系統誤差**

正しい値からのかたより又はオフセット(正又は負)。

true value **真の値**

完璧な測定によって得られると考えられる値。

Type A evaluation of uncertainty **:タイプAの不確かさ評価**

統計的方法による不確かさ評価。

Type B evaluation of uncertainty **:タイプBの不確かさ評価**

非統計的方法による不確かさ評価。

uncertainty budget **不確かさ計算表**

不確かさ計算を要約した表。

uncertainty of measurement **測定の不確かさ**

測定結果について定量化された疑わしさ。

uniform distribution **:一様分布**

ある範囲内に入ることが等しく起こりそうな複数の値の分布。

附則

この規程は、平成19年8月16日から施行する。